

## Ejercicios números complejos para cooperativo

### Día 1: Introducción a los complejos

**Actividad 1:** Halla las raíces de los siguientes números complejos:  $\sqrt{-36}$ ,  $\sqrt{-100}$ ,  $\sqrt{25}$ ,  $\sqrt{-25}$

**Actividad 2:** Expresa en forma binómica los siguientes números complejos:

$$5 + \sqrt{-81}, 3 - \sqrt{-100}, 2 + \sqrt{-7}, \frac{1}{2} - \sqrt{-\frac{4}{9}}$$

**Actividad 3:** Escribir los opuestos de los siguientes números complejos:  $3 + 4i$ ,  $-3 + i$ ,  $1 - i$ ,  $-2 - 5i$

**Actividad 4:** Escribe los conjugados de los siguientes complejos:  $3 + 4i$ ,  $-3 + i$ ,  $1 - i$ ,  $-2 - 5i$

### Día 2 y 3: Operaciones con números complejos

**Actividad 5:** Calcular las siguientes sumas:

a)  $(2 + 5i) + (3 + 4i) =$

b)  $(1 + i) + (1 - i) =$

c)  $(1 + 3i) + (1 + i) =$

d)  $i + (2 - 5i) =$

**Actividad 6:** Calcula las siguientes diferencias:

a)  $(2 + 5i) - (3 + 4i) =$

b)  $(1 + i) - (1 - i) =$

c)  $(1 + 3i) - (1 + i) =$

d)  $i - (2 - 5i) =$

**Actividad 7:** Calcular los siguientes productos:

a)  $(2 + 5i)(3 + 4i) =$

b)  $(1 + i)(-1 - i) =$

c)  $i(2 - 5i) =$

d)  $(2 + 5i)(2 - 5i) =$

e)  $3 \cdot (1 - i) =$

f)  $i \cdot (2 + i) \cdot (3 - 2i) =$

**Actividad 8:** Calcular las siguientes divisiones:

a)  $(2 + 5i) : (3 + 4i) =$

b)  $(1 + i) : (1 - i) =$

c)  $(1 + 3i) : (1 + i) =$

d)  $(2 - 5i) : i =$

**Actividad 9:** Calcula el inverso de los siguientes números complejos:

$1 + i$

$1 - i$

$2 + 3i$

$-2 + i$

**Actividad 10:** Calcular las siguientes potencias:

$i^{25} =$

$i^{723} =$

$i^{77} =$

$i^{-1} =$

$i^{-2} =$

$1/i^3 =$

$i^{-4} =$

$i^{-5} =$

**Actividad 11:** Calcular las potencias de exponente 2, 3 y 4 de los siguientes números complejos:

a)  $1 + i$

b)  $2 + 3i$

**Actividad 12:** Calcular las siguientes operaciones con números complejos:

a)  $(1 + i)^2 : (4 + i) =$

b)  $(2 + i) : (1 + i)^2 =$

c)  $(i^5 + i^{-12})^3 =$

**Actividad 13:** Calcular x e y para que  $(2 + xi) + (y - 3i) = 7 + 4i$

**Actividad 14:** Calcula:  $z_1 = \frac{3+i}{2-i} + \frac{2-i}{3+i}$        $z_3 = \left[ \frac{(1+i)^2}{(1-i)^3} \right]^3$

**Actividad 15:** Calcula el valor de k para que el siguiente número complejo sea  $(2 + i)(k - i)$ :

a) Real

b) Imaginario puro.

**Actividad 16:** Calcula el valor de  $a$  para que el número complejo  $\frac{2a-i}{3-2i}$  se encuentre sobre

a) el eje de abscisas.

b) La bisectriz del cuarto cuadrante.

#### Día 4: Representación de complejos

**Actividad 17** Representa gráficamente los siguientes números complejos, sus opuestos y sus conjugados:

a)  $3 + 4i$

b)  $-3 + i$

c)  $1 - i$

d)  $-2 - 5i$

#### Día 5: Forma trigonométrica y polar de un número complejo

**Actividad 18:** Pasa a forma polar los siguientes números complejos:

a)  $2 + 3i$

b)  $-2 - 3i$

c)  $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

d)  $1 - i$

e)  $3i$

f)  $-3i$

g)  $5$

h)  $-5$

i)  $-2 + 3i$

**Actividad 19:** Pasa a forma binómica los siguientes números complejos;

a)  $6_{225^\circ}$

b)  $8_{90^\circ}$

c)  $2_{60^\circ}$

d)  $5_{270^\circ}$

**Actividad 20:** Escribe en todas las formas posibles los siguientes números complejos:

a)  $4 + 4\sqrt{3}i$

b)  $i$

c)  $6_{330^\circ}$

d)  $1 + i$

e)  $6$

f)  $-5i$

**Actividad 21:** Escribe el opuesto, el conjugado y el inverso de:

a)  $6_{225^\circ}$

b)  $8_{90^\circ}$

c)  $2_{60^\circ}$

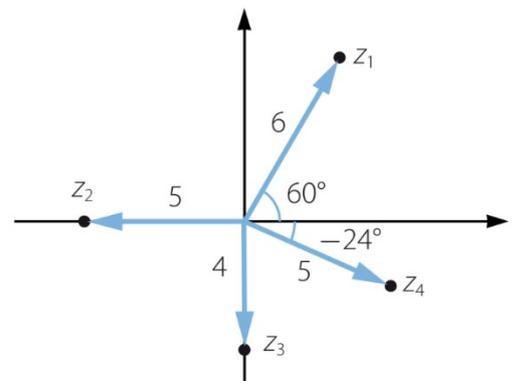
d)  $5_{270^\circ}$

**Actividad 22:** Observa la representación gráfica que tienes a la derecha y responde a las siguientes cuestiones:

1. Expresa en forma polar  $z_1$  y  $z_3$ .

2. Expresa en forma trigonométrica y binómica  $z_2$  y  $z_4$ .

3. Expresa en forma binómica  $\overline{z_1}$ .



**Actividad 23:** ¿Qué número hay que sumarle a  $-3+2i$  para que salga  $5_{270^\circ}$  ?

### Día 6: Operaciones con números en forma polar

**Actividad 24:** Efectúa las siguientes operaciones:

- a)  $3_{60^\circ} \cdot 4_{20^\circ}$                       b)  $\sqrt{2}_{60^\circ} \cdot \sqrt{2}_{350^\circ}$                       c)  $3_{60^\circ} : 4_{20^\circ}$   
d)  $\sqrt{2}_{60^\circ} : \sqrt{2}_{350^\circ}$                       e)  $(3_{60^\circ})^4$                       f)  $(1_{30^\circ})^{20}$   
g)  $(\sqrt{2}_{45^\circ})^3$                       h)  $(2+2\sqrt{3}i)^4$

**Actividad 25:** Pasa a forma polar y calcula las siguientes potencias:

- a)  $(1+i)^5$                       b)  $(2+2i\sqrt{3})^2$                       c)  $(1+i)^{20}$   
d)  $(-2+2i\sqrt{3})^6$                       e)  $\frac{i^7-i^{-7}}{2i}$                       f)  $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3i}{2}\right)^3$   
g)  $(-1+i)^{30}$

**Actividad 26:**  $z_1=1_{120^\circ}$        $z_2=3[\cos 30^\circ+i\operatorname{sen} 30^\circ]$

Calcula:

- a)  $\frac{z_1}{z_2}$                       b)  $\bar{z}_1 \cdot z_2^3$                       c)  $\frac{1}{z_1}$

### **Actividad 27:**

a) ¿Por qué número complejo hay que multiplicar un número complejo  $z$  para que el resultado tenga el mismo módulo pero su argumento sea  $60^\circ$  mayor (hacer un giro de  $60^\circ$ )?

b) ¿Y para que sea  $90^\circ$  mayor? ¿Qué número complejo sería en forma binómica?

### Día 7: Operaciones con números en forma polar - Raíces

**Actividad 28:** Calcular las siguientes raíces:

- a)  $\sqrt[3]{-1}$                       b)  $\sqrt[4]{1+i}$                       c)  $\sqrt{-36}$   
d)  $\sqrt[3]{-27}$                       e)  $\sqrt[6]{729i}$                       f)  $\sqrt[4]{16(\cos 180^\circ+i\operatorname{sen} 180^\circ)}$

**Actividad 29:** Sea  $z = 10 - 10\sqrt{3}i$ . Calcular  $z^5$ ,  $\sqrt[4]{z}$ .

**Actividad 30:** Sea  $z = -8\sqrt{3} - 8i$ . Calcular  $z^4$ ,  $\sqrt[5]{z}$ .

**Actividad 31:** Representa los afijos del apartado a) del ejercicio anterior. ¿Qué figura sale?

**Actividad 32:** Calcula las raíces cuartas de  $-i$ . Dibuja sus afijos ¿Qué figura sale?

**Actividad 34:** Un cuadrado con centro en el origen de coordenadas, tiene uno de sus vértices en  $A(3,2)$ . Calcula el resto de los vértices.

**Actividad 35:** Una de las raíces cúbicas de un número complejo es  $z=2_{30^\circ}$ . Calcula las otras dos raíces.

## Días 8 y 9: Resolución de ecuaciones con números complejos

**Actividad 36:** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $z^3 - 2z^2 + 4z - 8 = 0$

b)  $z^4 - 16 = 0$

c)  $z^6 + 1 = 0$

d)  $z^2 - 2z + 2 = 0$

e)  $z^3 + 1 = 0$

f)  $z^6 - 2i = 0$

g)  $z^4 - 5 + 5i = 0$

**Actividad 37:** Encontrar las ecuaciones de segundo grado cuyas raíces son:

a)  $i, -i$

b)  $1 + i, 1 - i$

c)  $3 + 2i, 3 - 2i$

d)  $\sqrt{2}_{45^\circ}, \sqrt{2}_{315^\circ}$

**Actividad 38:** Determinar  $x$  para que el siguiente producto  $(2 - 5i)(3 + xi)$  sea:

a) Un número real

b) Un número imaginario puro

**Actividad 39:** Hallar  $x$  para que el cociente  $(x + 3i) : (3 + 2i)$  sea un número imaginario puro.

**Actividad 40:** Demostrar que un número complejo por su conjugado es igual al cuadrado del módulo de dicho número.

**Actividad 41:** Hallar  $a$  con la condición de que  $(2 + i)(a + i)$  sea un número real.

**Actividad 42:** Calcular los números reales  $x$  e  $y$  de modo que  $(3 - xi) : (1 + 2i) = y + 2i$

## Días 10 y 11: Repaso

**Actividad 43:** Dados los números complejos  $2+i, -1+3i, -2, -1-i$

a) Representa sus afijos

b) Suma  $6+5i$  a cada número y vuelve a representar sus afijos. ¿Qué figura sale?

**Actividad 44:** Dados los números complejos:  $1-i, 2i, -1-i$

a) Representa sus afijos

b) Multiplica cada número por  $1_{45^\circ}$  y vuelve a representar sus afijos. ¿Qué ocurre?