

## EJERCICIOS DE LA UNIDAD 6: GEOMETRÍA ANALÍTICA EN EL PLANO

Ejercicio 1: Hallar las ecuaciones de la recta que pasa por el punto  $A = (2,3)$  y tiene como vector director  $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ .

Ejercicio 2: Calcula las ecuaciones de la recta  $r$  sabiendo que pasa por los puntos  $A = (3,1)$  y  $B = (7,-1)$ .

Ejercicio 3: Hallar la ecuación paramétrica de la recta que pasa por el punto  $A = (3,5)$  y lleva de dirección al vector  $\vec{u} = (2,-4)$ .

Ejercicio 4: Halla la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos:

- a)  $A = (-3,2)$  y  $B = (1,-4)$       b)  $A = (0,3)$  y  $B = (0,5)$

Ejercicio 5: Calcular dos puntos y un vector director de las siguientes rectas:

a) 
$$\left. \begin{array}{l} x = 3\lambda + 2 \\ y = -\lambda + 3 \end{array} \right\} \lambda \in \mathbb{R}$$

b) 
$$\frac{x}{3} = -y + 2$$

c) 
$$\vec{x} = (1,-5) + t(2,3) \quad t \in \mathbb{R}$$

d)  $y = -3x + 2$  e)  $2x + 3y - 7 = 0$

f)  $y = 2$

g)  $x = -4$

Ejercicio 6: Averigua si el punto  $A = (3, -1)$  pertenece a algunas de las rectas del ejercicio anterior.

Ejercicio 7: Calcula la ecuación de la recta  $r$  según los datos de cada apartado:

- pasa por los puntos  $A = (2,1)$  y  $B = (3,-1)$ . **Ec. paramétrica.**
- pasa por  $A = (3,0)$  y su vector director es  $v = (0,-1)$ . **Ec. continua.**
- pasa por  $A = (2,3)$  y es paralela a la recta  $s: x + y - 2 = 0$ . **Ec. general.**
- pasa por  $A = (1,-3)$  y es perpendicular a la recta  $s: y = 3x + 2$ . **Ec. explícita.**
- pasa por el punto de corte de las rectas  $s: x - y + 2 = 0$  y  $t: x = -y$  y además es paralela a la recta  $p: 2x - y + 3 = 0$ . **Ec punto pendiente.**
- pasa por  $A = (-2,3)$  y es horizontal. **Ec vectorial y Ec. Explícita**
- pasa por  $A = (3,-2)$  y es paralela al eje de ordenadas. **Ec. Explícita**
- pasa por los puntos  $A = (1,3)$  y  $B = (-1,5)$ . **Ec. General (y de la general a la Ec. Paramétrica).**
- pasa por  $A = (1,0)$  y es paralela a la recta  $s: 2x - y + 3 = 0$ . **Ec. Paramétrica**

Ejercicio 8: Hallar la ecuación continua de  $r$  sabiendo que es perpendicular al segmento de extremos  $A = (5,6)$  y  $B = (1,8)$  y que pasa por el punto medio de dicho segmento.

Ejercicio 9: a) Calcula la ecuación vectorial de una recta paralela al eje  $OX$  y que pasa por el punto  $(1, 5)$ . Calcula su ecuación general.

- b) Calcula la ecuación vectorial de una recta paralela al eje  $OY$  y que pasa por el punto  $(1, 5)$ . Calcula su ecuación general.

Ejercicio 10: Calcular la ecuación punto-pendiente de la recta  $r$  sabiendo que pasa por el punto  $A=(-2, 1/3)$  y:

- a) Tiene pendiente igual que la recta  $s$  que pasa por los puntos  $P = (2, 1)$  y  $Q=(3, 4)$ .
- b) Tiene pendiente perpendicular a la recta  $s$ .

Ejercicio 11: Dada la recta  $5x - 3y + 7 = 0$ , hallar la longitud de los segmentos que determina sobre los ejes. Calcular su ecuación segmentaria.

Ejercicio 12: Calcula la ecuación punto pendiente, segmentaria y explícita de las siguientes rectas. Señala sus pendientes e indica un vector director de cada una de ellas:

a)  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+5}{-1}$       b)  $5x + 3y + 6 = 0$       c)  $\left. \begin{array}{l} y = 5 - 3t \\ x = 2 + t \end{array} \right\}$

Ejercicio 13: Determina si los puntos  $A=(3,1)$ ,  $B=(5,2)$  y  $C=(1, 0)$  están alineados.

Ejercicio 14: Hallar el área limitada por la recta  $5x + y - 5 = 0$ , el eje de abscisas y el eje de ordenadas. Calcular su ecuación segmentaria.

Ejercicio 15: Estudia si los puntos  $A=(3,-1)$  y  $B=(0,3)$  pertenecen o no a las siguientes rectas:

a)  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-2}$       b)  $s: x + 2y - 6 = 0$ .      c)  $t: \left. \begin{array}{l} x = 2t + 3 \\ y = 3t - 1 \end{array} \right\}$

Ejercicio 16: Calcular el valor de  $C$  sabiendo que la recta  $r: 4x - 3y + C = 0$  pasa por el punto  $A = (-1, 0)$ .

Ejercicio 17: Estudia la posición relativa (dos a dos) de las rectas y calcula el punto de corte cuando sean secantes:

a)  $r: \left. \begin{array}{l} x = \lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{array} \right\}$  y  $s: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+5}{3}$       b)  $r: (x,y) = (2,-1) + t(1,-1)$  y  $s: -x + y + 5 = 0$

c)  $r: \frac{x+2}{5} = \frac{2-y}{-1}$  y  $s: -x - 5y + 12 = 0$       d)  $r: 3x + 2y - 1 = 0$  y  $s: 5x - y + 7 = 0$

e)  $r: 2x - 3y + 7 = 0$  y  $s: -4x + 6y = 0$       f)  $r: 8x - 2y + 2 = 0$  y  $s: -4x + y - 1 = 0$

Ejercicio 18: Hallar el punto de corte, si es posible, de las rectas:

a)  $r: 8x - 2y - 20 = 0$  y  $s: 3x + 2y - 13 = 0$       b)  $r: x - y = 30$  y  $s: x - y = 14$   
a)  $r: 3x + 2y - 19 = 0$  y  $s: 5x + y - 20 = 0$

Ejercicio 19: Las ecuaciones de dos rectas son  $r: 3x - 5y + 2 = 0$  y  $s: 6x + my = 1$ . Halla el valor de  $m$  para que:

- a) Las rectas sean paralelas.
- b) Las rectas sean perpendiculares.
- c) Las rectas sean secantes pero no perpendiculares.

- d) Las rectas sean coincidentes.  
 e) La segunda recta pase por el punto  $A=(6,5)$ .

Ejercicio 20: Dadas las rectas  $r: 2x - y + 4 = 0$  y  $s: 3x + 2y - 9 = 0$ :

- a) Hallar su punto de intersección.  
 b) Las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto  $(-3,4)$  y son paralelas a cada una de las dadas.

Ejercicio 21: Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de  $r$  y  $r'$  siendo  $r: 2x + 3y - 5 = 0$  y  $r': x + y = 0$ , y el punto de intersección de las rectas  $s$  y  $s'$ , siendo  $s: x + 5y - 3 = 0$  y  $s': -x + y - 3 = 0$ .

Ejercicio 22: Dadas las rectas:  $r$  determinada por el punto  $A=(2,1)$  y el vector  $\vec{u}=(a,4)$  y  $s$  determinada por el punto  $B=(-1,4)$  y el vector  $\vec{v}=(5,3)$ , calcula  $a$  para que  $r$  y  $s$  sean paralelas. ¿Para qué valores de  $a$  las rectas  $r$  y  $s$  son secantes? ¿Pueden ser coincidentes?

Ejercicio 23: Dadas las rectas  $r: 3x + by - 8 = 0$  y  $s: ax - 3y + 12 = 0$ , determinar  $a$  y  $b$  para que se corten en el punto  $P = (2,-3)$ .

Ejercicio 24: Dadas las rectas  $r: 3x + my - 7 = 0$ ,  $s: 4x + y - 14 = 0$  y  $t: 7x + 2y - 28 = 0$  determinar  $m$  para que las tres sean rayos de un mismo haz de secantes.

Ejercicio 25: Hallar la distancia entre estos pares de puntos:

- a)  $A(5,4)$  y  $B(-2,3)$                       b)  $C(0,4)$  y  $D(0,-7)$                       c)  $E(3,0)$  y  $F(-2,0)$

Ejercicio 26: Hallar los lados del triángulo de vértices:  $A(-2,2)$ ,  $B(5,3)$  y  $C(2,15)$ .

Ejercicio 27: Hallar los lados y los ángulos del rombo de vértices:  $A(2,5)$ ,  $B(6,2)$ ,  $C(9,6)$  y  $D(5,9)$ .

Ejercicio 28: Hallar la distancia de los siguientes puntos a las rectas dadas:

- a)  $P(2,3)$  y  $r: 2x - 3y + 5 = 0$                       b)  $Q(-1,3)$  y  $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3}$

- c)  $R(2,-4)$  y  $t: \left. \begin{array}{l} x = 5 + 2\lambda \\ y = 3 - \lambda \end{array} \right\} \lambda \in \mathbb{R}$

Ejercicio 29: Determina el punto de la recta  $y = 2x + 1$  que dista 3 u del punto  $(1, 5)$ .

Ejercicio 30: Calcular la distancia entre las siguientes rectas:

- a)  $r: x - 2y + 4 = 0$  y  $s: 3x - y - 1 = 0$   
 b)  $r: 2x - y = 3$  y  $s: y = 2x + 3$   
 c)  $r: \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{2}$  y  $s: y = \frac{1}{2}x + 3$   
 d)  $r: \left. \begin{array}{l} x = 3 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \end{array} \right\} \lambda \in \mathbb{R}$  y  $s: 2x + y - 1 = 0$   
 e)  $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$  y  $s: -3x + 2y = 4$

Ejercicio 31: Calcula el punto simétrico de  $A = (2, 4)$  respecto de  $r: y = 2x - 3$ .

Ejercicio 32: Calcula el punto simétrico de  $A = (2, 3)$  respecto de  $r: x + y - 3 = 0$ .

Ejercicio 33: Calcular el ángulo formado por las rectas:

a)  $r: x - 2y + 4 = 0$  y  $s: 3x - y - 1 = 0$

b)  $r: 2x - y = 3$  y  $s: 2x + y = 1$

c)  $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{2}$  y  $s: y = 2x + 3$

d)  $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$  y  $s: 2x + y - 1 = 0$

e)  $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$  y  $s: -3x + 2y = 4$

Ejercicio 34: Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto  $A(2, 1)$  y forma un ángulo de  $120^\circ$  con la parte positiva del eje  $x$ .

Ejercicio 35: Hallar los ángulos del triángulo de vértices  $A=(-2,2)$ ,  $B=(5,3)$  y  $C=(2,15)$ .

Ejercicio 36: Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto  $A=(-3,0)$  y forman con la recta de ecuación  $s: 3x - 5y + 9 = 0$  un ángulo cuya tangente vale  $1/3$ .

Ejercicio 37: Los puntos  $C = (-1,3)$  y  $B = (-3,3)$  son los vértices de un triángulo isósceles que tiene el tercer vértice  $A$  en la recta  $r: x + 2y - 6 = 0$ , siendo  $AB$  y  $AC$  los lados iguales. Calcular las coordenadas de  $A$  y el área del triángulo.

Ejercicio 38: Considera el triángulo formado por las rectas de ecuaciones  $2x - y - 1 = 0$ ;  $x + 2y - 8 = 0$  y el eje de ordenadas. Calcula su perímetro y su área.

Ejercicio 39: Determina si es equilátero, isósceles o rectángulo el triángulo cuyos vértices son  $A(2, 2)$ ,  $B(5,6)$  y  $C(-2, 5)$ . Averigua el valor de la altura correspondiente al vértice  $A$  y utilízalo para calcular el área del triángulo.

Ejercicio 40: Un punto de la recta  $r: x + 3y + 7 = 0$  equidista de los puntos  $A = (-1, 3)$  y  $B(3, -5)$ . Calcúlalo.

Ejercicio 41: Determina los puntos de la recta  $r: \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$  que distan  $\sqrt{10}$  u de la recta  $s: y = 3x + 1$ .

Ejercicio 42: Calcula la ecuación de la recta perpendicular a la de ecuación  $3x - 2y + 5 = 0$  que pase por el punto  $P(-1, 5)$ . Exprésala en forma continua y explícita.

Ejercicio 43: Considera la recta de ecuación  $y = -7x + 5$ . Encuentra las coordenadas del punto de intersección de esta recta con la recta perpendicular a ella que pasa por  $(-7, 5)$ .

Ejercicio 44: Dadas las siguientes rectas:

$$r: 5x - y + 4 = 0 \quad s: \begin{cases} x = -3 + m\lambda \\ y = 4 - \lambda \end{cases} \lambda \in \mathbb{R}$$

Determina el valor de  $m$  para que las rectas  $r$  y  $s$  sean:

- a) Paralelas.
- b) Perpendiculares.
- c) Coincidentes.

Ejercicio 45: Calcular el pie de la perpendicular trazada por el punto  $P(-1,2)$  a la recta  $r: 3x - 5y - 21 = 0$ , y la distancia de dicho pie al punto  $P$ . Comprueba que esa distancia coincide con la distancia de  $P$  a la recta  $r$ .

Ejercicio 46: Calcula el valor de  $a$  para que la distancia entre las siguientes rectas sea de 4 unidades, siendo  $r: 9x + 12y - 15 = 0$  y  $s: 3x + 4y + a = 0$

Ejercicio 47: Encuentra los puntos de la recta  $r: 2x + 3y + 4 = 0$  que están a dos unidades de la recta  $s: 3x + 4y - 6 = 0$

Ejercicio 48: Halla la mediatriz del segmento de extremos  $A(-1,3)$  y  $B(5,-3)$  (o el lugar geométrico de los puntos que equidistan de  $A$  y  $B$ ).

Ejercicio 49: Calcula la bisectriz de las rectas  $r: y=2x+1$  y  $s: y=5x$

Ejercicio 50: Halla los puntos de la recta  $r: y = -x + 6$  que equidistan de las rectas  $r$  y  $s$ , siendo  $s: 3x - y = 1$  y  $t: 3x + y = 5$