

Ejercicios de Refuerzo de la unidad 2: Expresiones Algebraicas.

1.- Realiza las operaciones indicadas:

$$a) (2x^4 + 5x^3 - 2x + 1) + (x^4 - 3x^3 + 5x + 3) = 3x^4 + 2x^3 + 3x + 4$$

$$b) (x^4 - 3x^3 + 2x - 1) - (x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 5x) = -5x^3 + 4x^2 - 3x - 1$$

$$c) \left(\frac{1}{3}x^4 + \frac{2}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{7}{2}x - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{2}{5}x^3 - \frac{5}{2}x^5 + \frac{2}{7}x - 5\right) = \frac{29}{10}x^5 + \frac{1}{3}x^4 - \frac{9}{10}x^3 + \frac{45}{14}x + \frac{14}{3}$$

$$d) (3x^5 + 4x^3 + 2x - 3) + (-2x^2 + 4x - 7) = 3x^5 + 4x^3 - 2x^2 + 6x - 10$$

$$e) (6x^7 + 5x^3 + x - 1) - (3x^5 + 7x^3 - 2x + 4) = 6x^7 - 3x^5 - 2x^3 + 3x - 5$$

$$f) 3(x^2 + x + 5) =$$

$$g) \frac{5}{7}\left(x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{5}\right) =$$

$$h) 5x\left(\frac{x^5}{5} + \frac{2}{7}x^4 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{2}{3}\right) = x^6 + \frac{10}{7}x^5 - \frac{25}{2}x^4 + \frac{10}{3}x$$

$$i) (x + 2)\left(\frac{x^3}{3} + \frac{4}{5}x^2 - \frac{1}{7}x + \frac{2}{3}\right) = \frac{x^4}{3} + \frac{22}{15}x^3 + \frac{51}{35}x^2 + \frac{8}{21}x + \frac{4}{3}$$

$$j) \frac{7}{2}\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{7}\right) = \frac{7}{2}x^2 + \frac{14}{3}x + \frac{1}{2}$$

$$k) \left(\frac{7}{3}x + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{3}x^3 + \frac{1}{4}x + \frac{2}{5}\right) = \frac{7}{6}x^5 + \frac{359}{90}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{7}{12}x^2 + \frac{59}{60}x + \frac{2}{25}$$

$$l) 5x^4 : 2x^2 =$$

$$m) (7/3x^5) : (2/6x) =$$

$$n) (2/5x) : (2/5) =$$

2.- Dados los polinomios $A(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 8x$ $B(x) = \frac{7}{2}x + 1$ $C(x) = x$ y $D(x) = x^2 - 1$.

Calcula:

$$a) A(x) \cdot B(x) = \frac{7}{4}x^4 + \frac{19}{10}x^3 - \frac{138}{5}x^2 - 8x$$

$$b) A(x) + 2 \cdot B(x) - C(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 2x + 2$$

$$c) [C(x)]^2 \cdot D(x) = x^4 - x^2$$

$$d) 3[D(x)]^2 - [C(x)]^2 + 3B(x) = 3x^4 - 7x^2 + \frac{21}{2}x + 6$$

3.- Dados los polinomios $P(x) = x^6 + x^3 - 2x + 5$, $Q(x) = 3x^4 - x^2 + 1$ y $R(x) = x + 2$.

Calcula:

$$a) P(x) + Q(x) - R(x) = x^6 + 3x^4 + x^3 - x^2 - 3x + 4$$

$$b) Q(x) \cdot [R(x)]^2 - P(x) = 2x^6 + 16x^5 + 11x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1$$

4.- Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

$$a) (x^3 + 3x^2 + 2x + 3) : (x^2 + x + 1) = C = x + 2 \quad R = -x + 1$$

$$b) (2x^4 + x^3 - 5x^2 + 3x - 5) : (x + 1) = C = 2x^3 - x^2 - 4x + 7 \quad R = -12$$

$$c) (x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x - 5) : (x + 2) = C = x^3 + 3x - 5 \quad R = 5$$

$$d) (x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x - 5) : (x^2 + 3x - 1) = C = x^2 - x + 7 \quad R = -21x + 2$$

$$e) (3x^6 - 4x^4 + x^3 - 2x + 1) : (x^3 - 3x + 1) = C = 3x^3 + 5x - 2 \quad R = 15x^2 - 13x + 3$$

5.- Calcula las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini:

- a) $(x^3 + 3x^2 + 2x + 3) : (x + 1) =$ $C = x^2 + 2x$ $R = 3$
 b) $(x^5 - 32) : (x - 2) =$ $C = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$ $R = 0$
 c) $(x^5 + 4x^4 + 4x^3 + 2x - 3) : (x + 2) =$ $C = x^4 + 2x^3 + 2$ $R = -7$
 d) $(x^4 + 2x - 3) : (x + 1) =$ $C = x^3 - x^2 + x + 1$ $R = -4$
 e) $(x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 1) : (x - 2) =$ $C = x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x - 4$ $R = -9$

6.- Calcula el valor numérico de P(x) para x = a en los siguientes casos:

- a) $P(x) = x^2 + 2x + 6$ en $x = -1$ $P(-1) = 5$
 b) $P(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3$ en $x = -1$ $P(-1) = \frac{17}{6}$
 c) $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ en $x = -3$ $P(-3) = 0$
 d) $P(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 12$ en $x = -3$ $P(-3) = 0$

7.- Calcula el resto de las siguientes divisiones aplicando el teorema del resto:

- a) $(x^3 + 2x^2 - 23x - 60) : (x + 3) =$ $R = P(-3) = 0$
 b) $(2x^3 - 3x^2 + 5x - 3) : (x - 4) =$ $R = 97$
 c) $(7x^2 - 5x + 6) : (x - 4) =$ $R = 98$
 d) $(5x^3 + 4x^2 + 3x + 2) : (x - 2) =$ $R = 64$
 e) $(\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5) : (x + 3) =$ $R = -17/2$

8.- Calcula el valor de m para que las siguientes divisiones sean exactas (con ello decimos que un polinomio es divisible por el binomio correspondiente):

- a) $(x^2 + mx + 1) : (x - 1) =$ (m = -2) b) $(x^3 + 5x^2 - 7x + m) : (x - 2) =$ (m = -14)
 c) $(2x^5 - 18x^2 + 2m) : (x + 1) =$ (m = 10) d) $(3x^4 - mx^2 + 9) : (x - 1/2) =$ (m = 147/4)
 e) $(3x^3 - 4x^2 + mx - 7) : (x - 1) =$ (m = 8)

9.- Averigua si los números indicados son raíces de los polinomios correspondientes:

- a) $P(x) = x^2 - 6x + 5$ $x = 2, -1, 5$ Resultado: 5
 b) $P(x) = 3x^4 + 6x^3$ $x = 2, -1, 5$ Resultado: Ninguno
 c) $P(x) = x^2 + x + 1$ $x = 1, -2, 2, -1$ Resultado: -1
 d) $P(x) = x^3 + 7x^2 + 16x + 12$ $x = 1, -2, 2, -1$ Resultado: -2

10.- Calcular k para que al efectuar las divisiones se obtengan los restos indicados:

- a) $(x^3 - 7x - k) : (x - 1)$ $R = -12$ Resultado: K = 6
 b) $(x^3 - kx + 2) : (x + 2)$ $R = 0$ Resultado: K = 3
 c) $(x^3 - kx + 2) : (x + 2)$ $R = -6$ Resultado: K = 0

11.- Descompón en factores los siguientes polinomios:

- a) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x - 1)(x + 1)(x - 2)$
 b) $x^3 + 3x^2 - 4 = (x - 1)(x + 2)^2$
 c) $x^3 + 4x^2 + 5x + 2 = (x + 1)^2(x + 2)$
 d) $x^5 - 8x^4 + 11x^3 + 32x^2 - 60x = x(x - 3)(x - 5)(x - 2)(x + 2)$
 e) $x^5 - x^4 - x^3 + x^2 = x^2(x - 1)^2(x + 1)$
 f) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = (x^2 + x + 1)(x + 1)$
 g) $x^3 + 5x^2 - 32x + 36 = (x - 2)^2(x + 9)$
 h) $x^5 - 3x^4 + 3x^3 - x^2 = x^2(x - 1)^3$

i) $6x^3 + 2x^2 - 9x - 5 = (x + 1)(2x + 1)(3x - 5)$

12.- Calcula las raíces de los siguientes polinomios:

a) $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$

b) $x^3 + x^2 + 2x = x(x^2 + x + 2)$

c) $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = (x - 1)^2(x - 2)$

d) $x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$

e) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$

f) $3x^3 + 2x^2 - 3x - 2 = (x^2 - 1)(3x + 2)$

13.- Escribe un polinomio que cumpla las siguientes condiciones:

a) Que tenga como raíces a 1, 2 y -3.

b) Que tenga como raíz doble al 2 y 0, 3, 4 raíces simples.

c) Que sea divisible entre $x - 1$ y $x + 3$.

d) Que tenga grado 2, de raíces 3 y 1 y de coeficiente principal 7.

14.- Determina un polinomio P que cumpla la condición indicada en cada apartado:

a) $(x^2 - 1)P(x) - 2x^3 = 3x^2 - 2x - 3$ Sol: $P(x) = 2x + 3$

b) $-3P(x) + 2(2x^2 + x + 5) - x(3x^3 - 2x - 2) = x^2$ Sol: $P(x) = -x^4 + 5/3x^2 + 4/3x + 10/3$

c) De grado 1, al dividir por $x + 1$ nos da de resto 1 y al dividir por $x - 2$ da de resto 7.

d) Es de segundo grado, con coeficiente principal -2, divisible por $x - 3$ y al dividirlo por $x + 2$ da de resto -10.

e) La igualdad $\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1} = \frac{P(x)}{x + 1}$

15.- Calcular a y b para que el polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ sea divisible por $x^2 + x - 1$.

16.- Calcula el mcm y el Mcd de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = x^4 + x^3 - x^2 - x$, $Q(x) = x^2 - 1$ y $R(x) = x^4 + 2x^3 + x^2$ Sol: mcm: $x^5 + x^4 - x^3 - x^2$
Mcd: $x + 1$

b) $P(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1$, $Q(x) = x^4 - x^2$ y $R(x) = 2x^2 + 3x + 1$ Sol: mcm: $2x^5 + x^4 - 2x^3 - x^2$
Mcd: $x + 1$

c) $P(x) = 2x^2 + x - 6$, $Q(x) = x^2 + 4x + 4$ y $R(x) = x^2 - 4$ Sol: mcm: $2x^4 + x^3 + 14x^2 - 4x + 24$
Mcd: $x + 2$

d) $P(x) = x^3 + 1$ y $Q(x) = x^2 + 1$ Sol: mcm: $x^5 + x^3 + x^2 + 1$
Mcd: 1

17.- Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} =$

b) $\frac{x^3 - 64}{x^2 - 16} =$

c) $\frac{x^4 + 4x^3 + 3x^2}{x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x} =$

d) $\frac{2x^5 + x^3 + 2x^2 - 10x + 5}{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 4x + 3} =$

18.- Averigua un polinomio P(x) que cumpla:

19.- Dadas las fracciones algebraicas: $P(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 3x + 2}$ y $Q(x) = \frac{3x}{x^2 + 4x + 4}$.

Calcular $P(x) + Q(x) = \frac{5x^2 + 6x - 2}{(x + 1)(x + 2)^2}$, $P(x) \cdot Q(x) = \frac{6x^2 - 3x}{(x + 1)(x + 2)^3}$ y $P(x) : Q(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 3x}$