

Ejercicios de repaso de la Unidad 10: VECTORES EN EL ESPACIO

- 1.- Calcular las longitudes de las aristas del tetraedro de vértices $A = (1,2,3)$, $B = (0,1,1)$, $C = (1,0,1)$ y $D = (1,1,0)$. Calcula su volumen.
- 2.- Determinar el volumen de un paralelepípedo cuyos vértices opuestos son el origen y el punto $A = (1, 2, 3)$ y sus lados son paralelos a los ejes coordenados.
- 3.- Hallar el área del triángulo ABC cuyos vértices son $A = (0, 1, 3)$, $B = (1, 0, 3)$ y $C = (1, 3, 0)$.
- 4.- Calcula a de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A , siendo $A = (a, 3, 0)$, $B = (0, 2, 5)$ y $C = (0, 3, -5)$.
- 5.- Indicar si los siguientes pares de vectores son paralelos o no:
a) $\vec{u} = (1, 0, 2)$ y $\vec{v} = (-1, 0, -2)$ b) $\vec{u} = (3, -1, 4)$ y $\vec{v} = (1, -1/3, 4/3)$
c) $\vec{u} = (1, 0, -3)$ y $\vec{v} = (2, 0, 1)$ d) $\vec{u} = (0, 0, 7)$ y $\vec{v} = (0, 0, 1)$
- 6.- Comprueba que los siguientes vectores son coplanarios y escribe \vec{u} como combinación lineal de los otros dos: $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (0, 2, -1)$ y $\vec{w} = (1, 3, 1)$.
- 7.- Comprobar que los vectores $\vec{u} = (2, -3, 1)$, $\vec{v} = (1, -4, 1)$ y $\vec{w} = (3, -1, 2)$ del espacio vectorial no son coplanarios. ¿Forman una base? Halla las coordenadas del vector $\vec{a} = (1, -1, 5)$ respecto de esta base.
- 8.- Indica si los siguientes sistemas de vectores son l.d. o l.i.:
a) $\vec{u} = (1, 1, -3)$, $\vec{v} = (-3, 2, 0)$ y $\vec{w} = (-1, 4, -6)$
b) $\vec{u} = (1, 0, -2)$, $\vec{v} = (-5, 6, 1)$ y $\vec{w} = (-1, 2, -1)$
c) $\vec{u} = (3, 5, -1)$, $\vec{v} = (2, -4, 7)$ y $\vec{w} = (0, 4, 1)$
- 9.- Dado los vectores $\vec{u} = (1, 1, a)$, $\vec{v} = (0, 1, 1)$ y $\vec{w} = (2, 1, a)$:
a) Averigua para qué valores de a , número real, son linealmente dependientes.
b) Indica cuál es su relación de dependencia.
- 10.- Indica los valores que debe tomar " a " para que los vectores formen una base del espacio vectorial siendo $\vec{u} = (a, 1, 2)$, $\vec{v} = (-2, 4, 1)$ y $\vec{w} = (2, 1-a, 0)$.
- 11.- Dados los vectores $\vec{u} = (3, m, 2)$ y $\vec{v} = (2, 4, m)$, determina el valor de m para que sean perpendiculares.
- 12.- Dado los vectores $\vec{u} = (2, 0, 0)$, $\vec{v} = (0, 1, -3)$ y $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$, ¿qué relación deben cumplir a y b para que \vec{w} sea perpendicular al vector de coordenadas $(1, 1, 1)$?
- 13.- En una base ortonormal del espacio vectorial, se dan los vectores $\vec{u} = (2, 2, 0)$ y $\vec{v} = (a, 1, 2)$. Determina a sabiendo que forman un ángulo de 45° .
- 14.- Calcula el valor de x para que el producto vectorial de $\vec{u} = (0, x, 1)$ y $\vec{v} = (0, 3, 1)$ tenga la dirección del eje OX .
- 15.- Calcula, de dos formas distintas, el volumen del tetraedro formado por los vectores: $\vec{u} = (2, 3, 5)$, $\vec{v} = (-1, 3, 2)$ y $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$.
- 16.- Dado los vectores \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} , tales que $|\vec{u}|=3$, $|\vec{v}|=1$ y $|\vec{w}|=4$ y $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$, calcula la siguiente suma $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$.
- 17.- $ABCD$ es un tetraedro regular cuya arista mide 1. Sea $\vec{u} = \vec{AB}$, $\vec{v} = \vec{AC}$ y $\vec{w} = \vec{AD}$.
Calcula:
a) $\vec{u} \cdot \vec{v} =$ b) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) =$ c) $|\vec{v} + \vec{w}| =$ d) Ángulo que forman \vec{u} y $(\vec{v} + \vec{w})$

- 18.- Dos vértices consecutivos de un paralelogramo son $A = (0, 1, 2)$ $B = (-1, 0, 1)$. El centro del paralelogramo es $M = (1, -2, 0)$. Halla los otros vértices.
- 19.- Considera los puntos $A = (1, 1, -1)$, $B = (2, -3, 4)$ y $C = (a, 0, b + 1)$ y determina a y b para que sean colineales.
- 20.- Considera los puntos $A = (0, -2a - 1, 4a - 2)$, $B = (1, -3, 4)$ y $C = (3, -5, 3)$:
- Comprueba que el triángulo de vértices ABC es rectángulo en B para todo valor de a .
 - Calcula los valores de a para los que el triángulo es isósceles.
- 21.- Hallar un vector que sea coplanario con los vectores $\vec{u} = (1, 1, 3)$ y $\vec{v} = (2, 1, 4)$ y sea ortogonal al vector $\vec{w} = (1, 1, -1)$.
- 22.- Di si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:
- El producto vectorial de dos vectores paralelos es nulo.
 - El producto escalar de dos vectores perpendiculares es uno.
 - Toda base ortogonal es ortonormal.
 - El producto mixto de tres vectores paralelos es cero.