REPASO DE LA UD 3: PROGRAMACIÓN LINEAL.

Ejercicio 1: Una empresa comercializa dos tipos de concentrado de café, A y B, que se obtienen a partir de tres tipos de grano: de Colombia, de Etiopía y de Costa Rica. Para elaborar 1 kg de concentrado A se necesitan 4,5 kg de grano de Colombia y 3 kg de grano de Etiopía. Por otra parte se requieren 7,5 kg de grano de Colombia y 1,5 kg de grano de Costa Rica para elabora 1 kg de concentrado B. Actualmente la empresa dispone de un máximo de 67,5 kg de Colombia, 30 kg de grano de Etiopía y 9 kg de grano de Costa Rica. Además, se exige que el número de kilogramos de concentrado A producidos debe ser mayor o igual que la mitad de los kilogramos de concentrado B.

a) Represente la región factible que describe el problema anterior y determine sus vértices.
b) Indique de manera razonada si con las condiciones dadas sería posible producir 7 kg del concentrado A y 5 kg del concentrado B.
c) Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de cada kilogramo de concentrado de tipo A es 2 € y de cada kilogramo del tipo B es 4 €, ¿cuántos kilogramos del tipo A y cuántos del tipo B se habrán de producir para que el beneficio sea máximo?¿Cuál es el beneficio?

Ejercicio 2: Ejercicio 13 de los apuntes: (modelo 1, 2020) Una empresa textil quiere fabricar dos tipos de camisetas, lisas y estampadas. Para fabricar una camiseta lisa necesita 70 g de algodón y 20 g de poliéster y para cada camiseta estampada 60 g de algodón y 10 g de poliéster. La empresa dispone para ello de 4.200 g de algodón y 800 g de poliéster. Para que sea rentable debe fabricar al menos 10 estampadas y además, el doble de las estampadas debe ser al menos igual al número de lisas. Sabiendo que cada camiseta lisa da un beneficio de 5 € y cada estampada da 4 €. ¿Cuántas camisetas de cada tipo debería fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?

Ejercicio 3: a) Se considera el recinto cuadrado de vértices (1,0), (0,1), (-1,0) y (0,-1). Indique en qué puntos del recinto se alcanzan el valor máximo de la función $F(x,y) = 3x + 2y + 7$ y el valor mínimo de la función $G(x,y) = x + y + 6$, calculando dichos valores.

b) Resuelve la ecuación matricial $(A - A^t) \cdot X = B$ siendo A y B las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4: Consideremos el recinto definido por las siguientes desigualdades:

$7y \leq 15 + 3x \qquad y \geq x - 3 \qquad 3y \geq -x + 11$

a) Represente gráficamente el recinto anterior y calcule sus vértices.
b) Calcule en qué puntos se alcanzan los valores máximo y mínimo de la función $H(x,y) = 4x - y - 16$ restringida al anterior recinto y obtenga dichos valores.

Ejercicio 5: Una granja elabora una dieta mezclando dos tipos de pienso A y B. El pienso A aporta 2 unidades de Calcio y 1 de Hierro por cada kilogramo, mientras que el B aporta 1 de Calcio y 2 de Hierro. El coste por kilogramo tanto del pienso A como del pienso B es 1 € por kilogramo. La dieta deberá aportar al menos 2 unidades de Calcio y 2 de Hierro.

Determine los kilogramos que se han de mezclar de cada tipo de pienso para que el coste de la dieta sea mínimo. ¿Cuál sería dicho coste? ¿Cuántas unidades de Hierro y de Calcio se administrarían a los animales con esta dieta?

Ejercicio 6: Se quiere elaborar dos suplementos alimenticios UNAL y DOSAL con idea de completar la dieta de ciertos individuos. Cada comprimido UNAL aporta 5 unidades de calcio, 5 de proteínas y 1 caloría y tiene un coste de 0,6 €, mientras que un comprimido de DOSAL aporta 2 unidades de calcio, 5 de proteínas y 3 calorías, siendo su coste de 1 €. Sabiendo que los mínimos diarios requeridos son 10 unidades de calcio, 20 de proteínas y 6 calorías, encuentre la combinación de comprimidos de los dos suplementos que satisfacen las necesidades diarias con el menor coste.

Ejercicio 7: La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 €. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 € respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28.

Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda debe confeccionar para obtener un beneficio económico máximo?

Ejercicio 8: Una joyería elabora dos tipos de collares a partir de perlas blancas blancas, grises y negras. Para un collar de tipo A hacen falta 20 perlas blancas, 20 grises y 30 negras, mientras que para un collar del tipo B, 10 perlas blancas, 20 grises y 60 negras. Se dispone de un máximo de 900 perlas blancas y 1400 grises, mientras que es necesario que se utilicen al menos 1800 perlas negras.

Sabiendo que cada collar del tipo A le supone a la joyería un beneficio de 600 euros y cada collar del tipo B, 500 euros, calcule cuál debe ser la producción para obtener el máximo beneficio, así como a cuánto asciende el mismo. ¿Es posible fabricar 40 collares del tipo A y 20 del tipo B?

Ejercicio 9: Se considera la región definida por las siguientes inecuaciones:

$2x - y \geq 2 \qquad -x + 2y \leq 2 \qquad 3x + y \leq 15 \qquad y \geq 0$

a) Represéntela gráficamente y determine sus vértices.
b) Indique razonadamente si el punto (3,3) pertenece a dicha región.
c) ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x,y) = 3x - 2y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son éstos?

Ejercicio 10: Una fábrica de palas de pádel produce dos modelos A y B con los que obtiene un beneficio por cada pala de 30 y 20 euros respectivamente. Para la elaboración de una pala del modelo A se necesitan 90 g de fibra de carbono y 100 g de goma EVA, mientras que para una pala del modelo B son necesarios 100 g de fibra de carbono y 50 g de goma EVA. La fábrica dispone diariamente de 7,5 kg de fibra de carbono y 6,5 kg de goma EVA y quiere producir como máximo 60 unidades diarias del modelo A. Calcule cuántas palas de cada modelo tiene que fabricar para que el beneficio sea máximo y determine su importe.

¿Sería posible una producción diaria de 49 palas del modelo A y 32 palas del modelo B?

Ejercicio 11:

a) Plantee, sin resolver, las restricciones de este problema e indique la función a optimizar: "Un ganadero alimenta a sus ovejas con maíz y pienso. Cada kilogramo de maíz aporta 600 g de hidratos de carbono y 200 g de proteínas, mientras que cada kilogramo de pienso aporta 300 g de hidratos de carbono y 600 g de proteínas. Cada oveja necesita diariamente como mínimo 1800 g de hidratos de carbono y 2400 g de proteínas. Si 1 kg de maíz cuesta 0,50 € y 1 kg de pienso cuesta 0,25 €, calcule cuántos kilogramos de cada producto tendría que comprar el ganadero para alimentar cada día a una oveja con un gasto mínimo."

b) Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices $x \leq 2y + 2$ $x + y \leq 5$ $x \geq 0$ Calcule el máximo de $F(x,y) = 4x + 3y$ en ese recinto, así como el punto donde se alcanza.

Ejercicio 12: Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x + 2y \leq 11 \qquad x \geq 2y - 5 \qquad 3x + y \leq 18 \qquad x \geq 0 \qquad y \geq 0$$

a) Represente gráficamente la región que definen y calcule sus vértices.
b) Halle los puntos de esa región en los que la función $F(x,y) = 2x + 3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores.
c) Justifique si el punto (5.5,2) pertenece a la región a la región factible.