

UNIDAD 10: INFERENCIA ESTADÍSTICA. INTERVALOS DE CONFIANZA.

Algunos conceptos del curso pasado que no podemos olvidar se explican en el siguiente ejercicio.

Ejercicio 1: Se han realizado un estudio estadístico sobre el peso, en kg, de los recién nacidos durante un año en un hospital. El peso de 7 de ellos es:

3,425 3,125 2,955 2,870 3,235 2,925 2,915

Calcula su media muestral y su desviación típica muestral.

La muestra nos da una media ¿cómo es de fiable? Un **intervalo de confianza** con un **nivel de confianza** $1 - \alpha$ es un intervalo que contiene al parámetro desconocido con una probabilidad de $1 - \alpha$. El **error máximo admisible**, E , que podemos cometer al tomar el punto medio del intervalo de confianza como estimación del parámetro desconocido es el radio del intervalo. El nivel de confianza $1 - \alpha$ es una probabilidad, por lo que siempre será un valor entre 0 y 1, también se puede expresar en forma de porcentajes. A α se le llama **nivel de significación**, que es la diferencia entre la certeza y el nivel de confianza.



Para una variable Z , que sigue una distribución normal $N(0,1)$, a cada nivel de confianza $1 - \alpha$ le corresponde un valor de la distribución llamado **valor crítico**, $z_{\frac{\alpha}{2}}$, y se cumple

que: $P(-z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < z_{\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$

INTERVALOS DE CONFIANZA PARA LA MEDIA

Un **intervalo de confianza para la media** poblacional de una distribución normal con desviación típica σ conocida, con un nivel de confianza $1 - \alpha$ construida a partir de una muestra de tamaño n , es $\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$.

El **error máximo admisible** en la estimación de la media utilizando el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza $1 - \alpha$ es el radio del intervalo, es decir, $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Ejercicio 2: Para estudiar el consumo de leche, en litros, por persona al mes, se ha elegido una muestra de 150 personas cuyo consumo medio es de 22 litros. Si dicho consumo sigue una distribución normal cuya desviación típica es 6, determina un intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 95%.

Ejercicio 3: Los directivos de una empresa desean estimar el tiempo medio que tardan los empleados en llegar al puesto de trabajo desde sus domicilios. Admitimos que dicho tiempo sigue una distribución Normal de desviación típica 8 minutos. Se elige al azar una muestra de 9 empleados de esa empresa, obteniéndose los siguientes resultados, expresados en minutos:

10 17 8 27 6 9 32 5 21

- Determine un intervalo de confianza del 92%, para la media poblacional.
- Con una confianza del 95,5%. ¿Qué tamaño muestral mínimo sería necesario para estimar el tiempo medio con un error inferior a 1,5 minutos?

Ejercicio 4: La cantidad de azúcar que añade un fabricante de refrescos a sus productos sigue una ley Normal cuya varianza es de 225 mg². Se ha seleccionado al azar una muestra de 25 refrescos de ese fabricante, en la que se ha obtenido una media de 175 mg de azúcar añadido por refresco.

- Determine un intervalo de confianza al 90% para la cantidad media de azúcar añadida a cada refresco.

- b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el intervalo de confianza correspondiente al 80% tenga una amplitud como máximo de 5 mg?

Ejercicio 5: El tiempo de duración, en horas, de un modelo de bombilla LED, sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 150 horas. Con una muestra de bombillas de ese modelo y a un nivel de confianza del 98,5% se ha obtenido que el intervalo de confianza para la media es (18475,7; 18524,3).

- a) Calcule el valor que se obtuvo para la media de la muestra y el tamaño de la muestra utilizado.
- b) ¿Cuál será el error máximo de estimación de la media si se hubiese utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 96,6%?

Ejercicio 6: Se sabe que la longitud, en centímetros, de una especie de estrella de mar en una determinada zona sigue una ley Normal con desviación típica 3. Para estimar la longitud media de esa especie de estrella de mar, se extrae una muestra de tamaño 36 y se obtiene el intervalo de confianza (6,04; 8) al 95%. Se pide:

- a) Calcule la media muestral.
- b) Calcule el error de estimación máximo cometido.
- c) Si aumentamos el tamaño muestral a 49, ¿qué efecto produce sobre el error máximo cometido? Calcule ese error.
- d) Si aumentamos el nivel de confianza, ¿qué efecto produce sobre el error de estimación máximo? Justifique la respuesta.

Ejercicio 7: En un hospital se ha tomado la temperatura a una muestra de 64 pacientes, para estimar la temperatura media de sus enfermos. La media de la muestra ha sido de 37,1°C, y la desviación típica de la población, de 1,04°C. Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 99%.

Ejercicio 8: Para una muestra de 256 jóvenes son estudios superiores, menores de 30 años y con trabajo, el salario medio resultó igual a 850 €. Si la desviación típica es igual a 150 €, determina un intervalo de confianza al 95% para que la media del salario de los jóvenes sin estudios superiores, menores de 30 años y con trabajo.

INTERVALOS DE CONFIANZA PARA LA PROPORCIÓN:

Un **intervalo de confianza para la proporción** de individuos que cumplen una característica en una población, con un nivel de confianza $1 - \alpha$ construido a partir de

una muestra de tamaño n , es: $\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \right)$ con $\hat{p} + \hat{q} = 1$

El **error máximo admisible** en la estimación de la proporción utilizando el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza $1 - \alpha$ es el radio del intervalo, es decir

$\left(\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \right) \rightarrow$ su radio es $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$.

Ejercicio 9: Para hallar la proporción de inmigrantes de una ciudad, se toma una muestra de 600 personas y se observa que 36 de ellas son inmigrantes. Determina el intervalo de confianza correspondiente con un nivel de confianza del 99%.

Ejercicio 10: Se quiere estimar la proporción de estudiantes de una universidad que tienen carné de conducir. Para ello se ha obtenido una muestra aleatoria de 400 estudiantes, de los cuales 240 tienen carné de conducir. Calcular los intervalos de confianza del 95% y del 99% para la proporción de estudiantes de la universidad con carné de conducir.

Ejercicio 11: En una población se desea conocer la proporción de personas de estatura superior a 190 cm. Para ello se elige una muestra aleatoria de 600 personas, de las que 60 miden más de 190 cm. Para la proporción de personas que miden más de 190 cm en esta población:

- Determina un **estimador puntual**.
- Calcula un intervalo de confianza al 99%.
- Halla el nivel de confianza para el intervalo (0,076; 0,124)

Ejercicio 12: En una ciudad se toma una muestra de 600 personas y se observa que 36 de ellas son inmigrantes. Si quieres estimar la proporción de inmigrantes con un error

máximo del 1% ¿cuál es el tamaño de la muestra que habría que considerar si se utiliza un nivel de significación de 0,05?

Ejercicio 13: De una muestra de 1.000 habitantes, 650 leen cierto periódico. ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de una muestra, si se pretende que el error máximo admisible cometido, al estimar la proporción poblacional, sea inferior al 5% para un nivel de confianza del 90%?

Ejercicio 14: Con una muestra de 25 ejemplares de ballena azul para determinar su longitud media, en metros, se ha obtenido el intervalo de confianza (20,26) con un nivel de confianza del 90%. Interpreta este resultado y decide cuál será el error máximo admisible.

Ejercicio 15: Con una muestra de 100 personas para determinar su altura media, en metros, se ha obtenido el intervalo de confianza (1,62; 1,74) con un nivel de confianza del 95%. Interpreta este resultado y decide cuál será el error máximo admisible.

Ejercicio 16: En una muestra de alumnos de Bachillerato para determinar su gasto mensual, en euros, se ha obtenido el intervalo (81,15; 87,75) con un nivel de confianza del 99%. Interpreta este resultado y decide cuál será el error máximo admisible.