

GEOMETRÍA 2020

Ejercicio 7-1: Considera el tetraedro de vértices $A(0, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, 3)$ y $D(1, 0, 3)$.

- Halla el volumen de dicho tetraedro. (1 punto)
- Calcula la medida de la altura trazada desde el vértice A de dicho tetraedro. (1.5 puntos)

Ejercicio 8-1: Considera los puntos $A(-1, 3, 2)$, $B(2, -1, -1)$ y $C(a - 2, 7, b)$

- Determina a y b para que los puntos A , B y C estén alineados. (1.25 puntos)
- En el caso $a = b = 1$, halla la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos A , B y C . (1.25 puntos)

Ejercicio 7-2: Considera el punto $P(1, 0, -1)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ x - z = 1 \end{cases}$.

- Determina el punto simétrico de P respecto de la recta r . (1.5 puntos)
- Calcula el punto de la recta r que dista $\sqrt{6}$ unidades de P . (1 punto)

Ejercicio 8-2: Considera los vectores $\vec{u} = (2, 1, 0)$, $\vec{v} = (1, 0, -1)$ y $\vec{w} = (a, b, 1)$.

- Halla a y b sabiendo que los tres vectores son linealmente dependientes y que \vec{w} es ortogonal a \vec{u} . (1.5 puntos)
- Para $a = 1$, calcula el valor o los valores de b para que el volumen del paralelepípedo formado por dichos vectores sea de 6 unidades cúbicas. (1 punto)

Ejercicio 7-3: Considera los puntos $A(t, 2, -1)$, $B(0, 1, 1)$, $C(-1, 0, 2)$ y $D(2, 3, -t-1)$

- Determina el valor o valores de t para que el volumen del tetraedro de vértices A , B , C y D sea 5 unidades cúbicas. (1.25 puntos)
- Para $t = 0$, calcula la distancia del punto A a la recta determinada por los puntos B y C . (1.25 puntos)

Ejercicio 8-3: Considera el punto $A(0, 1, -2)$ y los planos $\pi_1: 2x - y - z + 5 = 0$ y $\pi_2: x + 5y - 6z - 4 = 0$:

- Halla el punto simétrico de A respecto de π_1 . (1,5 puntos)
- Determina la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y π_2 . (1 punto)

Ejercicio 7-4: Considera el plano $\pi: x - y + az = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 4x - 3y + 4z = 1 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases}$

- Halla a sabiendo que π es paralelo a r .
- Determina el plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1, 2, 3)$.

Ejercicio 8-4: Considera el plano $\pi: x - y + z = 2$ y la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}$

- Calcula la distancia entre r y π .
- Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r .

Ejercicio 7-5: Considera los puntos $A(1, 0, 1)$, $B(-1, 0, 2)$ y $O(0, 0, 0)$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$$

- Calcula la distancia del punto A a la recta r .
- Determina el área del triángulo de vértices A , B y O .

Ejercicio 8-5: Considera el plano $\pi: 2x - y + z - 3 = 0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$ y el punto $P(1, 1, 2)$.

- Determina la ecuación general del plano perpendicular a π , paralelo a r y que pasa por el punto P .
- Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r .

Ejercicio 7-6: Siendo $a \neq 0$, considera las rectas $r \equiv \frac{x-1}{1} = y - 2 = \frac{z-1}{a}$ y $s \equiv \frac{x-3}{-a} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$

- Estudia la posición relativa de ambas rectas según los valores de a .
- Para $a = 2$, determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto de corte de r y s y es perpendicular a ambas.

Ejercicio 8-6: Se considera el punto $A(1, -2, 0)$ y la recta $r: \begin{cases} x + y = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$.

- Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r .
- Calcula la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r .

GEOMETRÍA 2021

Ejercicio 7-1: Considera el punto $P(1, 0, 1)$ y el plano $\pi \equiv x - y + z + 1 = 0$.

- Halla el simétrico del punto P respecto al plano π . (1.25 puntos)
- Halla la distancia del punto P al plano π . (1.25 puntos)

Ejercicio 8-1: Considera las rectas $r \equiv \frac{x-2}{-2} = y - 1 = \frac{z}{-2}$ y $s \equiv \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2y + z = 2 \end{cases}$

- Estudia la posición relativa de r y s . (1.25 puntos)
- Calcula, si es posible, el plano que contiene a r y a s . (1.25 puntos)

Ejercicio 7-2: Considera el punto $P(1, 2, 6)$ y el plano $\pi \equiv 2x - y + z = 0$.

- Halla las ecuaciones de los planos paralelos a π cuya distancia a éste sea $\sqrt{6}$ unidades. (1.25 puntos)
- Halla el simétrico del punto P respecto al plano π . (1.25 puntos)

Ejercicio 8-2: Considera los puntos $B(-1, 0, -1)$, $C(0, 1, -3)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

- Calcule un punto que esté en r y que equidiste de B y C . (1.25 puntos)

b) Siendo $D(1, -1, -2)$, calcula el área del triángulo con vértices en los puntos B, C y D. (1,25 puntos)

Ejercicio 7-3: La recta perpendicular desde el punto $A(1, 1, 0)$ a un cierto plano π corta a éste en el punto $B(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

- Calcula la ecuación del plano π . (1,5 puntos)
- Halla la distancia del punto A a su simétrico respecto a π . (1 punto)

Ejercicio 8-3: Considera las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = -3 - t \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

- Estudia la posición relativa de r y s. (1,25 puntos)
- Halla la recta que corta perpendicularmente a r y a s. (1,25 puntos)

Ejercicio 7-4: Considera las rectas $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ y $s \equiv \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - y - z = -4 \end{cases}$

Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en las rectas r y s, calcula su área.

Ejercicio 8-4: Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + mt \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 3 \\ x + z = 2 \end{cases}$

- Estudia la posición relativa de r y s según los valores de m.
- Para $m = 1$, calcula el coseno del ángulo que forman las rectas r y s.

Ejercicio 7-5: Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0 \\ -3x + 2y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$

- Calcula el plano perpendicular a la recta s que pasa por el punto $P(1,0,-5)$.
- Calcula el seno del ángulo que forma la recta r con el plano $\pi \equiv -2x + y + 2z = 0$.

Ejercicio 8-5: La recta $r \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-3}{3}$ y la recta s, que pasa por los puntos $P(1, 0, 2)$ y $Q(a, 1, 0)$, se cortan en un punto. Calcular el valor de a y el punto de corte.

Ejercicio 7-6: Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ y $s \equiv$

$$\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

- Halla el plano que contiene a r y es paralelo a s.
- Deduce razonadamente que ningún plano perpendicular a s contiene a r.

Ejercicio 8-6: Considera los puntos $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 4, -3)$ y $C(-10, 1, 0)$.

- Halla el área del triángulo de vértices A, B y C.
- Halla el plano que equidista de A y B.